Retourner à : Statistiques

CHAPITRE 0

STATISTIQUES - LES BASES

I/ Série Statistique.

1/ Généralités

Une série statistique étudie la répartition d'un "caractère" sur une "population".

Essayons d'expliciter ces deux notions sur les exemples suivants.

Lorsqu'on étudie la répartition des voitures vendues en France par marque,
— le caractère est la **marque** ;
— la population est l'**ensemble des voitures vendues en France**.

Lorsqu'on étudie les notes à un contrôle de mathématiques dans une classe,
— le caractère est la **note** ;
— la population est l'**ensemble des élèves de la classe**.

Lorsqu'on étudie le poids des poulets d'un élevage,
— le caractère est le **poids d'un poulet** ;
— la population est l'**ensemble des poulets de l'élevage**.

Lorsqu'on étudie la couleur des bonbons dans un paquet de bonbons,
— le caractère est la **couleur** ;
— la population est l'**ensemble des bonbons du paquet**.

Pour étudier un caractère d'une population, on note pour chaque éléments de la population la "valeur" du caractère.
Cette valeur peut prendre différentes formes comme sur les exemples précédents :
— pour la marque de voitures : Renault, Peugeot, Mercedes, Toyota, ... ;
— pour la note d'un contrôle : $8/20$, $9/20$, $12/20$, $15/20$, ... ;
— pour le poids d'un poulet : $1,5kg$, $2,125kg$, $1,950kg$, ... ;
— pour la couleur d'un bonbon : rouge, vert, bleu, ...

1-1/ Liste d'une série statistique sans classe

Pour une population de faible nombre, on pourra se contenter d'une liste.

Voici par exemple la série, ordonnée dans l'ordre croissant, des 15 notes obtenues en mathématiques par un élève au cours du premier semestre :

$$4 - 6 - 6 - 9 - 11 - 11 - 12 - 13 - 13 - 13 - 14 - 15 - 17 - 18 - 18$$

1-2/ Tableau d'une série statistique sans utilisation des classes

Si les valeurs possibles du caractère sont connues, on synthétisera les résultats sous forme d'un tableau :

— la première ligne contient les valeurs du caractère ;

— la deuxième ligne contient "les effectifs".

L'effectif d'une valeur est le nombre d'éléments de la population correspondant à cette valeur du caractère.

Reprenons l'exemple de l'étude de la couleur des bonbons d'un paquet de 50 bonbons.
On a le tableau suivant :

Couleur des bonbons	Rouge	Vert	Jaune	Bleu	Marron	**Total**
Effectifs	6	11	18	4	11	**50**

1-3/ Tableau d'une série statistique avec utilisation des classes

Si le caractère admet des valeurs numériques trop nombreuses, on regroupera les valeurs du caractère par classe.
On synthétisera les résultats sous forme d'un tableau à deux lignes :

— la première ligne contient les classes des valeurs du caractère ;

— la deuxième ligne contient "les effectifs".

Reprenons l'exemple de l'étude du poids des poulets dans un élevage de 500 poulets.
L'étude a donné le tableau suivant :

Poids p des poulets (en kg)	$1 \leqslant p < 1,5$	$1,5 \leqslant p < 2$	$2 \leqslant p < 2,5$	$2,5 \leqslant p < 3$	**Total**
Effectifs	83	209	146	62	**500**

2/ Les graphiques

2-1/ Diagramme en bâtons

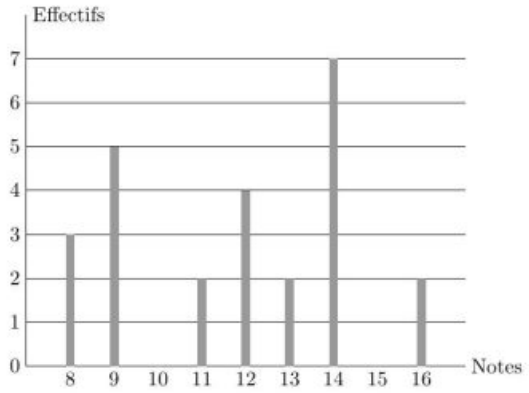
Dans un diagramme en bâtons, on place

— en abscisses les valeurs du caractère ;

— en ordonnées les effectifs.

Pour chaque valeur du caractère, on trace un "bâton" de la hauteur de l'effectif.

Voici le diagramme en bâtons représentant la répartition des notes obtenues à un contrôle de mathématiques dans une classe de troisième.



Ce diagramme correspond au tableau suivant :

Notes	8	9	11	12	13	14	16	**Total**
Effectifs	3	5	2	4	2	7	2	**25**

2-2/ Histogramme

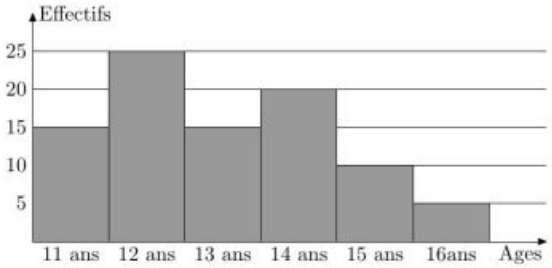
Dans un histogramme, on place

— en abscisses les valeurs du caractère ;

— en ordonnées les effectifs.

Pour chaque valeur ou classe de valeurs du caractère, on trace un rectangle dont l'aire est proportionnelle à l'effectif correspondant.

L'histogramme ci-contre donne les âges de jeunes sportifs participant à un stage de judo.



Cet histogramme correspond au tableau suivant :

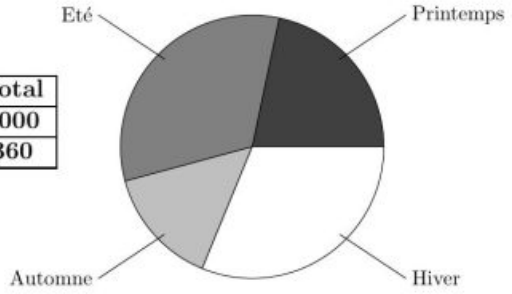
Age	11	12	13	14	15	16	**Total**
Effectifs	15	25	15	20	10	5	**25**

2-3/ Diagramme circulaire

Dans un diagramme circulaire, à chaque valeur du caractère, on trace un secteur angulaire dont l'aire est proportionnelle à l'effectif correspondant.
Avant de pouvoir réaliser un tel diagramme, il est nécessaire de calculer les angles correspondants sachant que le total des effectifs correspondant à un angle de 360°.

Les angles et les effectifs sont proportionnels.

Le diagramme circulaire ci-contre décrit la répartition des dates de naissance de 1000 personnes par saison.
Il correspond au tableau suivant :



Saison	Printemps	Eté	Automne	Hiver	**Total**
Effectifs	217	325	147	312	**1000**
Angles (en ^{o})	78	117	53	112	**360**

Pour calculer les angles, on utilise la quatrième proportionnelle avec la colonne "Total" comme le montre l'exemple du calcul du premier angle :

$\frac{217 \times 360}{1000} \approx 78°$.

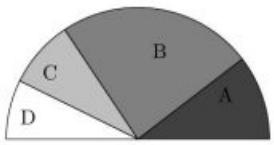
1-2/ Diagramme semi-circulaire

Dans un diagramme semi-circulaire, à chaque valeur du caractère, on trace un secteur angulaire dont l'aire est proportionnelle à l'effectif correspondant.
Avant de pouvoir réaliser un tel diagramme, il est nécessaire de calculer les angles correspondants sachant que le total des effectifs correspondant à un angle de 180°.

Les angles et les effectifs sont proportionnels.

Le diagramme semi-circulaire ci-contre décrit les résultats d'un QCM d'un groupe de 48 personnes.

Il correspond au tableau suivant :



Réponse	A	B	C	D	**Total**
Effectifs	10	23	8	7	**48**
Angles (en ^{o})	38	86	30	26	**180**

Pour calculer les angles, on utilise la quatrième proportionnelle avec la colonne "Total" comme le montre l'exemple du calcul du premier angle :

$\frac{10 \times 180}{48} \approx 38°$.

3/ Fréquences et fréquences cumulées

3-1/ Fréquences d'une série

Les fréquences d'une série donnent la répartition en pourcentage des valeurs du caractère.

Les fréquences sont proportionnelles aux effectifs.

Reprenons l'exemple de l'étude de la couleur des bonbons d'un paquet de 54 bonbons :

Couleur des bonbons	Rouge	Vert	Jaune	Bleu	Marron	**Total**
Effectifs	6	11	22	4	11	**54**
Fréquences (en %)	11,1	20,4	40,7	7,4	20,4	**100**

Pour calculer les fréquences (en %), on utilise la quatrième proportionnelle avec la colonne "Total" comme le montre l'exemple du calcul de la première fréquence :

$$\frac{6 \times 100}{54} \approx 11,1.$$

Ainsi, $11,1$ % des bonbons sont de couleur rouge.

3-2/ Fréquences cumulées croissantes d'une série

Lorsqu'on utilise les classes, il peut être intéressant de calculer les fréquences cumulées croissantes de la série.

Chaque fréquence cumulée est la somme des fréquences des classes précédentes et de celle de la classe en quest

Reprenons l'exemple de l'étude du poids des poulets dans un élevage de 500 poulets :

Poids p des poulets (en kg)	$1 \leqslant p < 1,5$	$1,5 \leqslant p < 2$	$2 \leqslant p < 2,5$	$2,5 \leqslant p < 3$	**Tota**
Effectifs	83	209	146	62	**500**
Fréquences (en %)	16,6	41,8	29,2	12,4	**100**
Fréquences cumulées croissantes (en %)	16,6	58,4	87,6	100	

On peut calculer ces fréquences cumulées croissantes en procédant de proche en proche :
$16,6 + 41,8 = 58,4$
$58,4 + 29,2 = 87,6$
$87,6 + 12,4 = 100$ *Pour vérification.*

Ainsi, $58,4$ % des poulets ont un poids inférieur à $2kg$.

On définit de façon analogue les effectifs cumulés croissants, d'où le tableau correspondant à l'exemple précédent :

Poids p des poulets (en kg)	$1 \leqslant p < 1,5$	$1,5 \leqslant p < 2$	$2 \leqslant p < 2,5$	$2,5 \leqslant p < 3$	**Total**
Effectifs	83	209	146	62	**500**
Effectifs cumulés croissants	83	292	438	500	

De même, on peut calculer ces effectifs cumulés croissants en procédant de proche en proche :
$83 + 209 = 292$
$209 + 146 = 438$
$438 + 62 = 500$ *Pour vérification.*

Ainsi, 292 poulets ont un poids inférieur à $2kg$.

Retours au cours
Statistiques
Leçon suivante
Le cours