Retourner à : Théorème de Thalès

II/ La réciproque.

Th :

Dans un triangle ABC, avec $M \in (AB)$ et $n \in (AC)$,

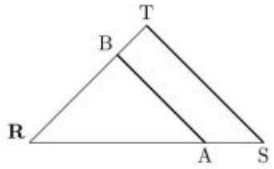
$$\text{si} \begin{cases} \text{les triplets } A, B, M \text{ et } A, C, N \text{ sont dans le même ordre} \\ \text{on a l'égalité } \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} \end{cases}$$

alors (AB) // (ST).

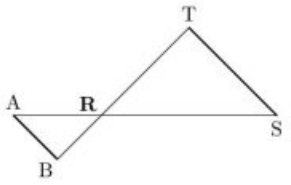
Rem 1

Cet énoncé est valable pour l'une des deux configurations suivantes :

Le triangle

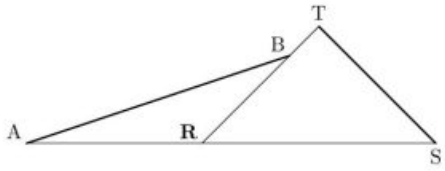


La figure "papillon"



Rem 2

L'hypothèse sur l'ordre des points sert à éliminer les figures du type ci-contre pour lesquelles les rapports sont égaux alors que les droites ne sont de toute évidence pas parallèles.



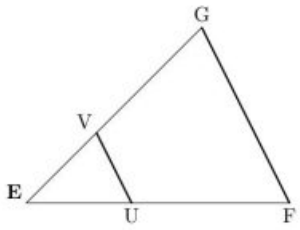
Rem 3

On peut remplacer la phrase "Dans un triangle ABC, avec $M \in (AB)$ et $n \in (AC)$" par "Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A".

II/ Applications.

La réciproque du théorème de Thalès sert à vérifier si deux droites sont parallèles.
Pour cela, on est amené à comparer les deux rapports de l'énoncé : il faut donc connaître les quatre longueurs concernées ou du moins les deux rapports.

1/ Les droites sont parallèles.



Enoncé : Sur la figure ci-contre, les dimensions ne sont pas respectées.
On donne :
$EF = 6cm$, $EG = 5cm$, $FG = 4cm$,
$EU = 2,4cm$ et $EV = 2cm$

Les droites (FG) et (UV) sont-elles parallèles ?

Correction : D'après l'énoncé, on a :

$$\frac{EU}{EF} = \frac{2,4}{6} \text{ et } \frac{EV}{EG} = \frac{2}{5}$$

Or

$$\begin{cases} EU \times EG = 2,4 \times 5 = 12 \\ EV \times EF = 2 \times 6 = 12 \end{cases}$$

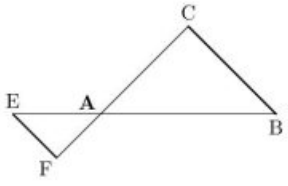
Donc, les produits en croix étant égaux, $\dfrac{EU}{EF} = \dfrac{EV}{EG}$

Dans le triangle EVU avec $G \in (EV)$ et $F \in (EU)$, comme :

$$\begin{cases} \text{les triplets } E, V, G \text{ et } E, U, F \text{ sont dans le même ordre} \\ \text{et on a l'égalité } \dfrac{EU}{EF} = \dfrac{EV}{EG} \end{cases}$$

alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, (VU) // (FG).

2/ Les droites ne sont pas parallèles.



Enoncé Sur la figure ci-contre, les dimensions ne sont pas respectées.
On donne :
$AB = 6cm$, $BC = 4cm$, $AC = 5cm$,
$EA = 5cm$ et $AF = 4cm$

Les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ?

Correction : D'après l'énoncé, on a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{5}{6} \text{ et } \frac{AF}{AC} = \frac{4}{5}$$

Or

$$\begin{cases} AE \times AC = 5 \times 5 = 25 \\ AB \times AF = 6 \times 4 = 24 \end{cases}$$

Donc, les produits en croix n'étant pas égaux, $\frac{AE}{AB} \neq \frac{AF}{AC}$

Dans le triangle ABC avec $E \in (AB)$ et $F \in (AC)$, comme $\frac{AE}{AB} \neq \frac{AF}{AC}$ alors alors les droites (EF) et (BC) ne sont pas parallèles.

Rem

Dans le cas où les fractions ne sont pas égales, ce n'est pas la réciproque du théorème de Thalès qui est utilisée mais la contraposée. Le plus simple dans ce cas est de ne pas citer de théorème.

Leçon précédente
La trace écrite – I
Retours au cours
Théorème de Thalès